

■ A. Mehl<sup>1</sup>, V. Blanz<sup>2</sup>, R. Hickel<sup>1</sup>

# Was ist der „Durchschnittszahn“?

– Ein mathematisches Verfahren für die automatische Berechnung einer repräsentativen Kaufläche

Längenmessungen und deskriptive Charakterisierungen waren bisher die einzigen Anhaltspunkte zur Beschreibung der Kauflächenmorphologie. Für computergestützte Verfahren in der Zahnmedizin ist dies für die Erstellung eines Datensatzes nicht mehr ausreichend. Ziel dieser Studie ist es, ein neues Verfahren zur expertenunabhängigen Berechnung und Beschreibung des typischen Standardzahnes vorzustellen und dieses Verfahren für den ersten Unterkiefermolaren auf seine Eignung hin zu überprüfen. Ausgangspunkt der Untersuchung war eine Zahnbibliothek von 170 kariesfreien ersten Unterkiefermolaren von Kindern im Alter von 6-10 Jahren, die dreidimensional mit einer Auflösung von ca. 100.000 Punkten vermessen wurden. Ausgehend von 9 aus der Zahnbibliothek ausgewählten Datensätzen mit möglichst unterschiedlicher Morphologie wurden zuerst automatisch gemeinsame Strukturen und Merkmale auf *allen* Zahnoberflächen ermittelt und dann der Durchschnittszahn bzw. repräsentative Zahn berechnet. Das Ergebnis zeigt, dass unabhängig von den Ausgangszähnen der neue mathematische Algorithmus nahezu immer den gleichen repräsentativen Zahn (SD kleiner als 36 µm) findet. Die Merkmale des Durchschnittszahns, die als typisch für diese Gruppe betrachtet werden können, sind ohne Expertenwissen mathematisch berechnet worden. Der berechnete Datensatz kann als Ausgangspunkt für weitere computergestützte Verfahren und Prozesse in der Zahnmedizin dienen.

Schlüsselwörter: CAD/CAM, Zahnmorphologie, Computerverfahren, okklusale, mathematisch

**What is the “average tooth”? – A mathematical approach for automatic computation of a representative tooth surface.** Metric length measurements and qualitative characterizations have been the only methods to describe occlusal tooth morphology so far. In order to represent tooth surfaces as digital data for various computerized processes, this information is not adequate. The aim of this study was to implement a new mathematical algorithm for calculating the typical average tooth and to test this algorithm in case of first lower molars. Stone replicas of 170 caries-free first lower molars from young patients were measured three-dimensionally with a resolution of about 100,000 points. Then, the average tooth was computed, which captures the common features of the molar's surface quantitatively. Our method adapts an algorithm from machine learning to establish correspondences between a reference tooth and all other teeth. Repeated for 9 different reference teeth which were selected from the tooth library, the procedure yields average teeth that

are nearly independent of the reference (+/-36 µm). The characteristics of the calculated average teeth can be interpreted as typical for this group, although the algorithm does not involve any prior knowledge about teeth. Our novel approach, therefore, yields an average data set, which characterizes the occlusal surfaces of teeth and can be used in further computerized processes.

Keywords: CAD/CAM, tooth morphology, computer-based, occlusal, mathematical

## 1 Einleitung

Im Zusammenhang mit der Digitalisierung und der computerunterstützten Fertigung, aber auch für die Ausbildung mit Hilfe von Trainingssoftware und der analytischen Vorgehensweise bei der Auswahl und Bereitstellung von Prothesenzähnen bzw. Übungsmodellen besteht immer mehr der Wunsch nach einer mathematisch einheitlichen Formulierung der Kauflächenmorphologie. Die bisher praktizierte Vorgehensweise, durch erfahrene Zahntechniker, Zahnärzte oder Künstler „typische“ Standardzähne modellieren zu lassen, diese zu vermessen und dann als Datensatz zur Verfügung zu stellen, ist methodisch unzureichend im Hinblick auf zukünftige Anforderungen an die Datenverarbeitungsprozesse: Typische Strukturen der Zahnoberfläche sollten nicht als Ergebnis subjektiver Erfahrung, sondern durch objektive Berechnung definiert werden.

Für die Datenprozesse sind vor allem metrische Beziehungen von Interesse. Diese metrischen Beziehungen könnten entscheidend zur Kauflächenbeschreibung beitragen. Den Fachbereich, der sich mit solchen Fragestellungen beschäftigt, bezeichnet man als Morphometrie. Unter Morphometrie versteht man die quantitative Erfassung und vergleichende Analyse von biologischen Formen [24]. Generell wird zwischen der Gestalt oder Struktur (engl. shape) und der Größe (engl. size) unterschieden, wobei beide zusammen die Erscheinungsform (engl. form) festlegen. Die Definition von Gestalt oder Struktur wird oft wie folgt beschrieben: Zwei Erscheinungsformen haben die gleiche Gestalt oder Struktur dann und nur dann, wenn sie allein durch Rotation, Translation und Skalierung Merkmalspunkt für Merkmalspunkt überlagert werden können. Die Größe ist dagegen ein die Ausdehnung beschreibendes, jedoch gestalt- bzw. strukturunabhängiges Maß.

Aus der Anatomie und der Anthropologie gibt es im Zusammenhang mit den Zähnen viele Untersuchungen, die in der Literatur beschrieben sind. In erster Linie handelt es sich hierbei um metrische lineare Längen- und Größenbestimmungen [2, 8]. Diese Werte werden unter anderem für kieferorthopädische Fragestellungen [1, 6, 19, 23], für ethnische

<sup>1</sup> Zahnerhaltung und Parodontologie, Ludwig-Maximilians-Universität, München

<sup>2</sup> Max-Planck-Institut für Informatik, Saarbrücken

und paläontologische Fragestellungen [9, 10, 12, 22] und für die Bestimmung von Alter, Geschlecht und Volkszugehörigkeit bzw. zu gerichtsmedizinischen Identifikationen [15, 18] verwendet. Diese konventionellen metrischen Vermessungen liefern nur quantitative Informationen über die Größe. Über die Gestalt oder Struktur von Zahnoberflächen kann mit ihnen keine Aussage getroffen werden [7, 13].

Untersuchungen zur Gestalt oder Struktur gibt es bisher im größeren Umfang nur unter dem Gesichtspunkt von qualitativen Beschreibungen. Beispiele hierfür sind Begriffe wie Krümmungsmerkmal, Winkelmerkmal, Wurzelmerkmal, Scherhöcker, Stampfhöcker, Randleisten, Dreieckswülste, Höckerabhänge, Fissurenformen, Tuberculum Carabelli etc. [2]. Durch Übung und Erfahrung kann sich der Zahntechniker oder Zahnarzt unter diesen Begriffen eine 3D-Gestalt vorstellen und entsprechend umsetzen. Quantitative mathematische Formulierungen zu Gestalt- oder Strukturmerkmalen sind in der Literatur nur vereinzelt anzutreffen und betreffen hauptsächlich Winkelmessungen oder Verhältnisse von Strecken [12, 20] und Fourier-Analysen von Konturen [8]. Alle diese Werte sind zwar rotations-, translations- und skalierungsinvariante Größen und beschreiben einzelne Aspekte der Gestalt oder Struktur von Zähnen, jedoch lässt sich aufgrund ihrer Kenntnis allein keine mathematische Beschreibung von Zahnoberflächen durchführen.

Im Besonderen lassen sich aus den metrischen Erhebungen für die Zahnmorphologie nur für einige einzelne charakteristische Punkte auf dieser Zahnoberfläche Durchschnittswerte berechnen. Die Beschreibung einer gesamten Durchschnittsfläche oder repräsentativen Kaufläche, die in digitalisierter Form zum Teil aus mehr als 100.000 Oberflächenpunkten bestehen sollte (soviel wie zur Zeit die modernen 3D-Scanner liefern), kann mit dieser geringen Anzahl an charakteristischen Punkten nicht erfolgen. Auch quantitative Beschreibungen wie Fissurenform oder Winkelmerkmal helfen nicht weiter. Weiterhin wird auch hier wieder Expertenwissen vorausgesetzt, nämlich in der Erkenntnis, welche Punkte als charakteristisch zur Beschreibung der Morphologie eines bestimmten Zahntyps erachtet werden sollen.

In einem größeren umfassenden Schritt zur allgemeinen mathematischen Formulierung von Kauflächenmorphologien soll in dieser Studie speziell ein neues Verfahren zur expertenunabhängigen Berechnung und Beschreibung des typischen Durchschnittszahnes bzw. repräsentativen Zahnes beschrieben werden. Gleichzeitig soll dieses Verfahren für den Zahntyp des ersten Unterkiefermolaren auf seine Eignung hin überprüft werden.

## 2 Material und Methode

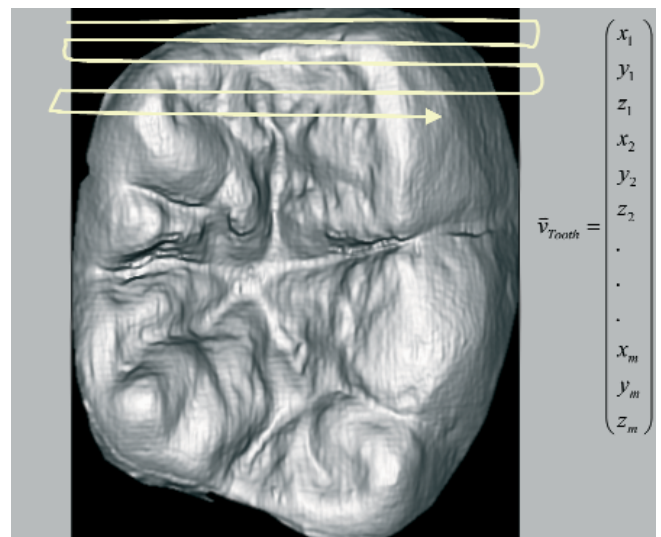
Ausgangspunkt für die Untersuchung waren 170 kariesfreie und nahezu abrasionsfreie erste Unterkiefermolaren von Kindern im Alter von 6 bis 9 Jahren. Unter den 170 Zähnen befanden sich 26 vierhöckrige und 144 fünfhöckrige Molaren. Nach schriftlichem Einverständnis der Eltern wurden Abformungen (Impregum, 3M-Espe, Seefeld) gemacht und mit Superhartgips (Fuji Superstone white, GC, Japan) ausgegossen. Die Gipsmodelle wurden dreidimensional mittels eines Laserscanners [16] vermessen. Um Abschattungen zu vermeiden, erfolgte die Vermessung der Kaufläche aus zwei entgegengesetzten Richtungen, die anschließend mittels eines Matching-Programms (Match3D) automatisch zu einer Gesamtansicht zusammengelegt wurden [17]. Die Vermessung wurde mit einem Punkteabstand von  $30 \mu\text{m} \times 30 \mu\text{m}$  ( $x, y$ ) durchgeführt.

Für die weiteren Untersuchungen war es wichtig, dass alle Kauflächen zueinander ausgerichtet sind und im glei-

chen Koordinatensystem liegen. Dies wurde dadurch gewährleistet, dass ein typischer Zahn aus der Gruppe der Unterkiefermolaren ausgewählt wurde und alle anderen Zähne zu diesem typischen Vertreter mittels Matching registriert wurden, d.h. dass die Rotations- und Translationsparameter durch Minimierung einer Abstandsfehlerfunktion ermittelt wurden [17]. Damit waren zumindest die groben Strukturen wie Höckerspitzen und Lage der Fissuren ungefähr im gleichen 3D-Raubereich angeordnet. Danach lagen die Zahnoberflächen in der Form  $z_j(x, y)$ , mit  $j = 1, \dots, m$ , als dreidimensionale Bibliotheksdaten vor ( $j$  ist die Nummer des Bibliothekszahnes,  $m$  ist in unserem Fall gleich 170).

In einem ersten Schritt erfolgte die Berechnung des Durchschnittszahnes auf konventionelle, einfache Art und Weise: An dem Gitterpunkt  $(x_i, y_i)$  wurde von jedem Bibliothekszahn der z-Wert  $z_j(x_i, y_i)$ , sofern vorhanden, genommen, alle vorhandenen z-Werte aufsummiert und durch die Anzahl der vorhandenen z-Werte geteilt. In dem man das für jeden Gitterpunkt wiederholte, wobei im vorliegenden Fall wieder ein Gitterraster von  $30 \mu\text{m} \times 30 \mu\text{m}$  zugrunde gelegt wurde, erhielt man den „konventionellen“ Durchschnittszahn.

Im zweiten Schritt wurde die Berechnung des repräsentativen Zahnes mittels eines neuen Verfahrens durchgeführt. Kern dieses Verfahrens ist, dass vor der Mittelung der einzelnen z-Werte zuerst gleiche oder ähnliche Strukturen in den Datensätzen einander zugeordnet werden. Dazu nimmt man einen beliebigen Zahn aus der Zahnbibliothek und sucht entsprechende Merkmale, Charakteristika und Punkte in allen anderen Zähnen der Zahnbibliothek. Dieser Vorgang wird Korrespondenzanalyse genannt und kommt z.B. bei der Rekonstruktion dreidimensionaler Ansichten aus verschiedenen 2D-Aufnahmen (Stereophotogrammetrie, Stereosehen wie das Auge) oder bei der Datenkompression von Videosequenzen zum Einsatz, indem man von Bild zu Bild nur die Veränderungen sucht und abspeichert (Ver-



**Abbildung 1** Darstellung des Zahnes als Vektor: Indem zeilenweise die gemessene Oberfläche durchlaufen wird und diese Messpunkte der Reihe nach in die Vektorkomponenten geschrieben werden, erhält man den  $m$ -dimensionalen Zahnvektor ( $m=3 \cdot N$ ;  $N$  ist Anzahl der Messpunkte). Im Rahmen der Korrespondenzanalyse wird nur der Referenz Zahn in dieser Weise gespeichert: Bei allen anderen Zähnen wird gemäß dem Verschiebungsfeld so von der streng zeilenweisen Abtastung abgewichen, dass der jeweils dem Referenz Zahn entsprechende Punkt gespeichert wird. Jeder Koordinate des Zahnvektors ist damit die gleiche Eigenschaft zugeordnet, so dass eine komponentenweise Mittelung durchgeführt werden kann.

schiebefeld). Aus letzterem Bereich stammt auch das Verfahren des optischen Flusses, mit dessen Hilfe das „Fließen“ (Bewegungen) der einzelnen Bildelemente zwischen den Einzelaufnahmen ermittelt wird. Entscheidend bei unserer hier vorgestellten Korrespondenzanalyse ist, dass die Zuordnung automatisch ohne Vorkenntnisse erfolgt. Der Prozess greift nur auf die Informationen zurück, die unser Auge liefern kann: in erster Linie Höhenwerte oder -profile, Steigungen, Krümmungen und Texturen, wobei bei Zahnoberflächen Texturen keine Relevanz besitzen. Aus diesen Informationen und dem Betrachten vieler Objekte „erlernt“ das Gehirn ein Modell, das typisch für eine bestimmte Objektart oder Gattung ist, und mit dem dann neue Objekte verglichen und charakterisiert werden können. So kann man z.B. einen neuen Zahn sofort als Unterkiefermolar, als Prämolare etc. identifizieren. Ähnlich werden auch bei der Korrespondenzanalyse der Zähne nur mittels der Information von Höhen und Steigungen bestmögliche Entsprechungen im jeweils anderen Datensatz gesucht und somit gemeinsame Merkmale und Strukturen gesucht und mittels eines Verschiebungsfeldes zugeordnet. Ziel dabei ist, alle Zahndatensätze in Vektorschreibweise (Abb. 1) zu bringen, so dass an den jeweiligen Spaltenpositionen  $i$  jeweils die gleichen Merkmale oder Punkte sitzen (z.B. Höcker Spitze mesiobukkal etc.). Entscheidend ist dabei festzuhalten, dass im Endresultat nicht nur einzelne Punkte durch dieses Verfahren miteinander korreliert werden, sondern auch größere Strukturen und Bereiche (z.B. gesamte Höckerareale, Fissuren etc.) berücksichtigt werden. Die Durchschnittsberechnung wird dann nicht nur an den z-Werten, sondern auch bei den x- und y-Positionen durchgeführt, so dass schließlich ein in allen Richtungen gemittelter repräsentativer Datensatz entsteht.

Die einzelnen Schritte des Verfahrens werden im Folgenden beschrieben. Ausgehend von einem Referenzzahn  $z_R(x, y)$ , mit  $R \in \{1, \dots, m\}$ , d.h. eines beliebigen Datensatzes aus der Zahnbibliothek, wird mittels der Korrespondenzanalyse zu jedem Punkt des Referenzzahnes der korrespondierende Punkt auf der Kaufläche  $z_j(x, y)$  gesucht. Als Ergebnis erhält man ein zu jedem Zahn  $z_j(x, y)$  gehöriges zweidimensionales Vektorfeld  $\vec{v}_j(x, y)$  mit:

$$\vec{v}_j(x, y) = \begin{pmatrix} \Delta x_j(x, y) \\ \Delta y_j(x, y) \end{pmatrix}$$

so dass zu jedem Koordinatenpaar  $(x, y)$  des Referenzzahnes  $z_R(x, y)$  sich der korrespondierende Punkt des Zahnes  $z_j(x', y')$  aus der Beziehung:

$$z_j(x + \Delta x_j(x, y), y + \Delta y_j(x, y))$$

ergibt.

Eine Möglichkeit, solche Verschiebungsfelder zu berechnen, bietet das Verfahren zur Berechnung des optischen Flusses [2, 5]. Den Verschiebungsvektor  $(\Delta x(x, y), \Delta y(x, y))$  an der Stelle  $(x, y)$  erhält man durch Lösung folgender Beziehung:

$$\Delta z = \Delta x \cdot G_x + \Delta y \cdot G_y \quad \text{mit}$$

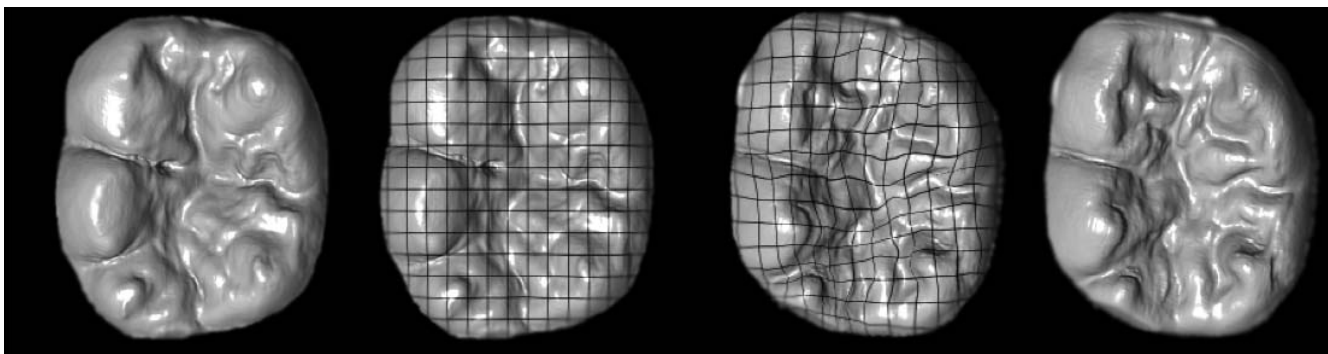
$$\Delta z = z_j(x, y) - z_R(x, y) \quad \text{und}$$

$$G_x = \frac{\partial}{\partial x} z_R(x, y), \quad G_y = \frac{\partial}{\partial y} z_R(x, y)$$

Die Gleichung 1 ist auch bekannt als „optical flow constraint equation“. Die Aufgabe besteht nun darin, die unbekanntes  $\Delta x$  und  $\Delta y$  für jeden Bildpunkt  $(x, y)$  zu bestimmen. Allerdings ist ein Gleichungssystem für zwei Unbekannte unterdeterminiert. Bildlich gesprochen kann man den Verschiebungsvektor nur in einer Richtung (z.B. Richtung des Gradienten) berechnen, in der Richtung senkrecht dazu ist die Lösung nicht eindeutig bestimmt. Man benötigt also eine zweite Bedingung, die das Verschiebungsfeld eindeutig beschreibt.

Bei sich in kleinen Bereichen eher wenig ändernden Oberflächen, wie dies z.B. auch bei Zahnoberflächen der Fall ist, kann man davon ausgehen, dass das Verschiebungsfeld sich ebenfalls wenig ändert, d.h. für benachbarte Punkte nur sehr geringe oder keine Unterschiede aufweist. Dies bedeutet, dass der Verschiebungsvektor für einen bestimmten Punkt auch für die Nachbarschaftspunkte den gleichen Wert aufweist. Daher erhält man weitere Gleichungen, wenn man zusätzlich die Verschiebung der Nachbarpunkte mit betrachtet. Wählt man allgemein einen Bereich  $W$  mit dem Punkt  $(x_0, y_0)$  als Zentrum, so kann man mit der zusätzlichen Bedingung das Verschiebungsfeld  $\Delta x$  und  $\Delta y$  aus der Minimierung folgender Fehlerfunktion bestimmen [14]:

$$E = \sum_{W(x_0, y_0)} (\Delta x \cdot G_x + \Delta y \cdot G_y - \Delta z)^2 = \min$$



**Abbildung 2** Veranschaulichung der Korrespondenzanalyse. Die beiden Bilder links zeigen den Referenzzahn, einmal ohne und einmal mit Gitter ( $x, y$ -Koordinatensystem). Bei der Korrespondenzanalyse werden vom Referenzzahn ausgehend die entsprechenden Strukturen und Merkmalspunkte in einem Bibliothekszahn (beide Bilder rechts) gesucht. Das Ergebnis der Korrespondenzzuordnung ist durch das deformierte Gitter auf dem Bibliothekszahn visualisiert. Korrespondierende Kreuzungspunkte oder Flächensegmente auf dem Referenzzahn und dem Bibliothekszahn kennzeichnen gleiche Merkmale. Das Verschiebungsfeld  $(\Delta x(x, y), \Delta y(x, y))$  enthält die Information über die Deformation des Gitters. Dieser Prozess läuft vollständig automatisch ab. Wichtig ist zu beachten, dass bei Anwendung des Verschiebungsfeldes auf den Referenzzahn der Bibliothekszahn (Bild ganz rechts) exakt rekonstruiert wird.

Der Fehler E wird minimal, wenn die ersten Ableitungen

$$\frac{\partial E}{\partial(\Delta x)} \text{ und } \frac{\partial E}{\partial(\Delta y)} \text{ Null werden.}$$

Der Prozess und das Ergebnis der Korrespondenzanalyse ist auch in Abbildung 2 veranschaulicht. Sind die Verschiebungsfelder zwischen Referenzzahn und allen anderen Zähnen der Zahnbibliothek gefunden, kann in einem nächsten Schritt der Referenzzahn als Vektor in einem 3n-dimensionalen Raum repräsentiert werden (n ist dabei die Anzahl der ausgewählten auf der Zahnoberfläche liegenden Punkte, idealerweise wird man ein äquidistantes Gitter zugrunde legen, die typische Anzahl von Punkten liegt hier bei ca. 100.000; siehe Abbildung 1):

$$\vec{D}_R = (x_1, y_1, z_R(x_1, y_1), x_2, y_2, z_R(x_2, y_2), \dots, x_n, y_n, z_R(x_n, y_n))$$

In konsistenter Weise können dann ausgehend vom Referenzzahn und dem entsprechenden Vektorfeld  $\vec{v}_j(x, y)$  alle anderen Zähne der Bibliothek als 3n-dimensionaler Vektor dargestellt werden:

$$\vec{D}_j = (x_1 + \Delta x_j(x_1, y_1), y_1 + \Delta y_j(x_1, y_1), z_j(x_1 + \Delta x_j(x_1, y_1), y_1 + \Delta y_j(x_1, y_1)), \\ x_2 + \Delta x_j(x_2, y_2), y_2 + \Delta y_j(x_2, y_2), z_j(x_2 + \Delta x_j(x_2, y_2), y_2 + \Delta y_j(x_2, y_2)), \dots, \\ x_n + \Delta x_j(x_n, y_n), y_n + \Delta y_j(x_n, y_n), z_j(x_n + \Delta x_j(x_n, y_n), y_n + \Delta y_j(x_n, y_n)))$$

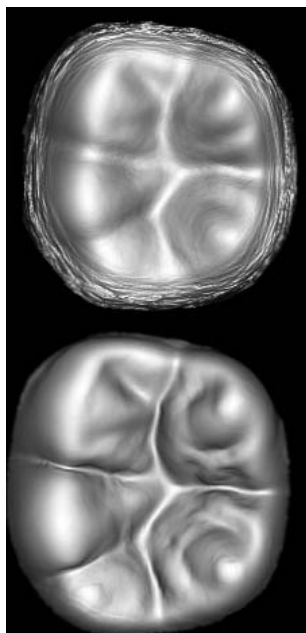


Abbildung 3 Durchschnittszahn berechnet ohne Korrespondenzen (oben) und mit Korrespondenzen (unten).

Auf diese Weise repräsentieren gleiche Vektorkoordinaten, d.h. Indizes, auch jeweils korrespondierende Punkte und zwar zwischen allen Zähnen. Die Gesamtheit der m Vektoren, die den m Bibliothekszähnen entsprechen, spannen einen Raum auf, den wir als den Zahnraum für den entsprechenden Zahntyp bezeichnen. Damit lässt sich nun auch der neue repräsentative Zahn bzw. Durchschnittszahn  $\vec{D}$  aus den einzelnen umgeformten Bibliothekszähnen  $\vec{D}_j$  berechnen:

$$\vec{D} = \frac{1}{m} \cdot \sum_{j=1}^m \vec{D}_j$$

Für die Unterkiefermolaren wurde die Berechnung des neuen Durchschnittszahnes ausgehend von acht zum Teil sehr verschiedenen Referenzzähnen durchgeführt. Die Datensätze der acht Zähne wurden von zwei erfahrenen Zahntechnikern aus der Zahnbibliothek mit der Vorgabe ausgewählt, dass möglichst unterschiedliche Zahntypen berücksichtigt werden sollen (siehe Abb. 4). Zusätzlich wurde der für Referenzzahn Nr. 3 erhaltene repräsentative Zahn im Fall Nr. 4 selbst als Referenzzahn verwendet und die Berechnung des Durchschnittszahnes mit Korrespondenzanalyse nochmals ausgeführt. Die jeweils erhaltenen Durchschnittszähne wurden miteinander überlagert und die Unterschiede bestimmt. Die Berechnung der Differenzbilder und der Standardabweichungen als Maß für die Übereinstimmung zweier Kauflächen erfolgte gemäß den in der Literatur beschriebenen Verfahren [17].

### 3 Ergebnisse

Die Berechnung des konventionellen Durchschnittszahnes ist in Abbildung 3 zu sehen. Dadurch, dass Punkte unabhängig von den charakteristischen Eigenschaften gemittelt werden (z.B. Fissur mit Höckerabhängig), kommt es zu einer verwaschenen und am Rand zu einer stark verrauschten Struktur, die nicht als typisch für einen ersten Unterkiefermolaren angesehen werden kann.

Die Ergebnisse der Berechnung des Durchschnittszahnes mit dem neuen mathematischen Verfahren sind in Abb. 4 zu sehen. Ausgehend von unterschiedlichen Referenzzähnen (jeweils oben) sind die mit einer Auflösung von 30 µm x 30 µm berechneten Durchschnittszähne (jeweils unten) zu sehen. Unabhängig von der Morphologie des Referenzzahnes und auch unabhängig von dessen Höckerzahl (fünfhöckrig: Nr. 2–6 und 8, vierhöckrig: Nr. 1, 7 und 9) besteht visuell eine große Übereinstimmung zwischen den Durchschnittszähnen. Die gefundenen Strukturen kann man als typisch für den Zahntyp des Unterkiefermolaren betrachten. Dabei wurde keine Vorabinformation oder Expertenwissen benötigt.

Die Standardabweichung der Differenzwerte zwischen den einzelnen Durchschnittszähnen ist in Tabelle 1 wiedergegeben. Die Ergebnisse zeigen, dass trotz sehr unterschiedlicher Morphologien und unterschiedlicher Größen der Referenzzähne die berechneten Durchschnittszähne nur sehr geringe Differenzen aufweisen (Standardabweichungen kleiner als 36 µm). Am wenigsten Abweichung von den anderen Zähnen wies der Fall 4 auf, also der Zahn, bei dem die Korrespondenzanalyse auf der Grundlage eines vorher berech-

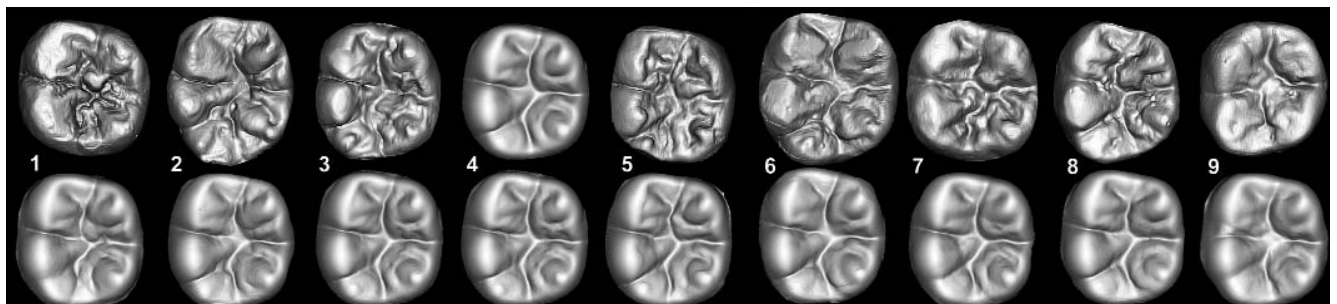
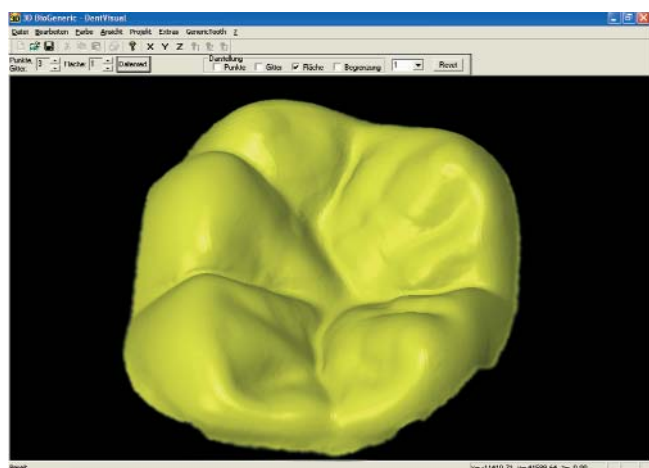


Abbildung 4 Ergebnis der automatischen Korrespondenzanalyse mit Durchschnittszahnberechnung: In der oberen Reihe sind jeweils die ausgewählten Referenzzähne, in der unteren Reihe die damit berechneten Durchschnittszähne zu sehen. Im Fall 4 wurde als Referenzzahn das Ergebnis vom Fall 3 verwendet.

Standard-abw. [ $\mu\text{m}$ ]	DZ 1	DZ 2	DZ 3	DZ 4	DZ 5	DZ 6	DZ 7	DZ 8
DZ 2	25.75	.	.	.	.	.	.	.
DZ 3	22.60	20.89	.	.	.	.	.	.
DZ 4	18.14	21.39	11.27	.	.	.	.	.
DZ 5	22.75	25.78	18.11	15.94	.	.	.	.
DZ 6	28.48	22.33	24.91	20.33	28.68	.	.	.
DZ 7	16.43	27.77	18.93	13.08	19.19	28.06	.	.
DZ 8	20.37	25.32	23.47	16.01	23.07	23.94	18.86	.
DZ 9	29.90	30.27	27.49	27.34	35.73	29.76	26.45	30.94

**Tabelle 1** Standardabweichung der Differenzbilder zwischen den einzelnen Durchschnittszähnen in  $\mu\text{m}$ . Die Nummerierung der Zähne entspricht der Nummerierung aus Abbildung 4 (DZ: Durchschnittszahn).



**Abbildung 5** Darstellung des berechneten Durchschnittsdatensatzes mit ca. 100.000 Punkten mittels 3D-Visualisierung.

neten Durchschnittszahnes ein zweites Mal durchgeführt wurde (Standardabweichung kleiner als  $27 \mu\text{m}$ ). In Abbildung 5 ist exemplarisch der Durchschnittszahn von Fall 3 in einer 3D-Visualisierung zu sehen.

#### 4 Diskussion

Um für eine große Anzahl verschiedener dreidimensionaler Datensätze von Zahnoberflächen eines bestimmten Zahntyps den Durchschnittszahn zu bestimmen, könnte man nach möglichst optimaler Überlagerung anhand von Matching-Algorithmen [17] für jeden Gitterpunkt oder Oberflächenpunkt die Mittelung durchführen. Aufgrund unterschiedlicher Größenverhältnisse und unterschiedlicher Ausprägung bestimmter Strukturen auf der Zahnoberfläche wird in der Regel diese Mittelung eher zu einem verrausch-

ten und/oder nahezu strukturlosen dreidimensionalen Datensatz führen, wie in Abbildung 3 deutlich wird. Dieser verkörpert mit Sicherheit nicht den gewünschten repräsentativen Durchschnittszahn des jeweiligen Zahntyps. Morphologische Details gehen durch die fehlende Korrespondenz bei der Mittelung verloren, und Eigenschaften wie die Tiefe der Fissuren und die Winkel der Abhänge sind nicht mehr als gültig anzusehen. Durch die unterschiedlichen Größen der einzelnen Kauflächen entstehen bei der Mittelung vor allem am Rand Stufen und verrauschte Strukturen.

Für die Durchschnittsbildung muss also Gleiches mit Gleichem verglichen und gemittelt werden. So sind zum Beispiel Höckerspitzen mit Höckerspitzen, Randleisten mit Randleisten und Fissuren mit Fissuren zu mitteln. Dies setzt jedoch voraus, dass vorher zwischen den einzelnen Datensätzen die einander entsprechenden Punkte oder Merkmale zugeordnet werden, d.h. Korrespondenzen vorhanden sind.

In den Lehrbüchern der Zahnmedizin und Zahntechnik werden verschiedene Merkmale und charakteristische Punkte angegeben, die für einen jeweiligen Zahntyp entscheidend sind und diesen beschreiben können. Mit diesen Punkten könnten die oben erwähnten Beziehungen zwischen den einzelnen Datensätzen aufgestellt werden. Bei dieser Vorgehensweise ergeben sich jedoch gleich mehrere Probleme:

#### 1. Problem der Definition und Bestimmung der

##### Charakteristika:

Bis jetzt ist in der gesamten zahnmedizinischen Literatur keine genaue metrische oder mathematische Beschreibung dieser Merkmale bekannt. Die Lagebestimmung dieser Charakteristika im 3D-Raum ist damit nicht exakt durchführbar. Je nach Orientierung und Abrasion kann sich z.B. der höchste Punkt des Höckers (Definition der Höckerspitze) nicht im Zentrum sondern am Rand dessen, was man als Höcker bezeichnet, befinden. Auf der anderen Seite wird die Angabe des Zentrums eines Höckers, das man am besten mit dem Schwerpunkt beschreibt, ebenso stark von der Wahl der Begrenzung des Höckers, die nahezu willkürlich gezogen werden kann, abhängen. Große Ungenauigkeiten sind ebenfalls die Folge. Noch komplizierter wird es bei der exakten Auffindung solcher Charakteristika wie Höckerverbindungsline, Höckerabhänge, Lage der Randleiste etc., die mit ihrer bisherigen Beschreibung sehr viel Spielraum übriglassen. Man sieht also, dass diese Charakteristika keinesfalls genau definierte Punkte auf der Zahnoberfläche beschreiben, sondern eher eine ungefähre Vorstellung von der Zahnmorphologie, angepasst an unsere Erfahrungen, darstellen.

#### 2. Problem der Unterbestimmung:

Die Anzahl der charakteristischen Merkmale ist relativ gering. Bei der Zuordnung der einzelnen Merkmale zwischen den Datensätzen würden sehr viele Punkte übrig bleiben, die keine Korrespondenzen aufweisen, und die damit nicht für die Durchschnittsbildung herangezogen werden könnten. Selbst bei optimistischer Annahme von 50 Merkmalspunkten ist bei einem Datensatz von 100.000 – 200.000 Punkten der größte Teil nicht zugeordnet.

#### 3. Problem des A-priori-Wissens:

Vergleicht man verschiedene Arbeiten und Lehrbücher, so ist festzustellen, dass teilweise sehr unterschiedliche Kauflächenbeschreibungen mit sehr unterschiedlichen Gewichtungen der einzelnen Merkmale existieren. Objekt- und Mustererkennung sowie Objektbeschreibung sind komplizierte Prozesse, die in unserem Gehirn ablaufen. Daher verwundert es nicht, dass die bisherigen deskriptiven Analysen von Zähnen natürlich im hohen Maße von unserer Vorstellung und unserer Erfahrung abhängig sind und je nach Erfahrungsschatz zu unterschiedlichen Ergeb-

nissen führen können. Versucht man nun metrische Analysen durchzuführen, könnten ganz andere Merkmale wichtig werden, da der Computer nicht auf den Erfahrungsschatz eines Menschen zurückblicken kann. Weiterhin stellt sich auch die Frage, ob bisher überhaupt alle wichtigen Merkmale beschrieben worden sind oder ob noch weit mehr Merkmale für die Kauflächenbeschreibung existieren.

Mittels des hier vorgestellten Verfahrens wurde versucht, genau diese Probleme bei der Berechnung des repräsentativen Zahnes aus einer großen Anzahl von Bibliothekszähnen ohne A-priori-Wissen mathematisch zu lösen. In Abbildung 4 sind die Ergebnisse der automatischen Korrespondenzanalyse für den ersten Unterkiefermolaren zu sehen. Ausgehend von dem jeweiligen Referenz Zahn ist der aus 170 Bibliothekszähnen berechnete repräsentative Zahn dargestellt. Diese Berechnung ist bisher in der Literatur die einzige ihrer Art. Zu beachten ist, dass jeder der ca. 100.000 Oberflächenpunkte einzeln durch Mittelwertbildung ermittelt wurde und dass keinerlei Korrespondenzpunkte manuell vorgegeben wurden, d.h. kein A-priori-Wissen über die Zahnoberflächenmorphologie benutzt wurde. Nach der Theorie der Merkmalerkennung sollte der Durchschnittszahn die Strukturen und Formen visualisieren, die wir als typisch für einen Unterkiefermolaren betrachten.

Die Ergebnisse zeigen, dass der ausgewählte Referenz Zahn einen untergeordneten Einfluss auf das Ergebnis hat. Die Standardabweichungen liegen unterhalb von 36 µm (Tabelle 1). Diese Differenzen können als klein betrachtet werden, da der Messprozess eine Ungenauigkeit von 10 µm hat und die Differenzen in z-Richtung (Projektion parallel zur z-Achse) berechnet werden, was bei steilen Flanken trotz geringer Unterschiede zu überhöhten Fehlerwerten führen kann. Die geringsten Unterschiede traten zwischen dem Durchschnittszahn auf, bei dem ein anderer Durchschnittszahn als Referenz genommen wurde. Dies kann man sich dadurch erklären, dass der Durchschnittszahn nur die wesentlichen Merkmale des Zahntyps aufweist und damit bei der Korrespondenz entsprechend nur diese wichtigen Merkmale berücksichtigt. Die größten Unterschiede traten beim Vergleich der vierhöckerigen mit den fünfhöckerigen Referenzzähnen auf (aber Standardabweichung immer noch kleiner als 36 µm).

Die geringen metrischen und morphologischen Differenzen zwischen den einzelnen repräsentativen Zähnen sind ein wichtiges Indiz dafür, dass nahezu alle in der Bibliothek vorhandenen Unterkiefermolaren bestimmte gleiche Oberflächenstrukturen bzw. -merkmale aufweisen müssen. Diese Merkmale sind dann beim Durchschnittszahn sichtbar. Alle anderen Strukturen, die nicht bei allen oder nur bei wenigen Zähnen auftreten, würden sich herausmitteln und nicht mehr erkennbar sein. Interessant ist, dass die Korrespondenzanalyse ohne Vorkenntnisse und vollautomatisch die charakteristischen Merkmale zwischen den einzelnen Zahnoberflächen zugeordnet hat (siehe als Beispiel auch Abb. 2). Ein Expertenwissen über Fissuren, Höckerspitzen, Randleisten etc. war nicht nötig. Die Korrespondenzanalyse hat in gewisser Weise den Lernprozess auf mathematischer Ebene selbstständig nachvollzogen.

Der berechnete repräsentative Zahn stimmt sehr gut mit dem überein, was man als typisch für den ersten Unterkiefermolaren erachten würde. So sind fünf Höcker erkennbar, wobei der größte der mesiobukkale Höcker (Protoconid) und der kleinste der distale Höcker (5. Höcker, Hypoconulid) ist [21]. Die beiden Scherhöcker (mesiolingual: Metaconid; distolingual: Entoconid) haben ungefähr gleiche Größe und

sind eher spitz zulaufend. Die einzelnen Höcker werden durch Fissuren begrenzt. Die Randleisten weisen eine typische Form auf. Verglichen mit bisher vorhandenen Standardzähnen wie Frascozähne, Prothesenzähne oder Zahnmodelle weist der mathematisch erstellte Durchschnittszahn nahezu die gleichen Merkmale auf. Unsere Datenbasis, bestehend aus einer zufälligen Auswahl von Kauflächen der westeuropäischen Bevölkerung, enthält 26 vierhöckerige (15,3%) und 144 fünfhöckerige Zähne (84,7%). Dieses Verhältnis stimmt mit Werten aus der Literatur, die zwischen 13% und 17% schwanken, überein [21]. Der hohe Anteil an fünfhöckerigen Zähnen ist auch dafür verantwortlich, dass der Durchschnittszahn 5 Höcker aufweist und damit dieser Höcker auch als „typische“ Struktur vom Rechenprozess erachtet wird.

Insgesamt zeigen die Ergebnisse, dass zum einen das neue Verfahren ohne Eingabe von Information oder Berücksichtigung von Vorkenntnissen über Zahnmorphologien automatisch einen repräsentativen Vertreter des Unterkiefermolaren berechnet und zum weiteren dieser neue Berechnungsprozess kaum abhängig von der Ausgangssituation (d.h. Auswahl des Referenzzahnes) und damit stabil ist. Dies legt den Schluss nahe, dass das vorgestellte Verfahren für die Berechnung eines repräsentativen Zahnes gut geeignet ist. Gleichzeitig wird hier auch der Grundstein für eine konsistente Beschreibung der Zähne in einem Zahnvektorraum gelegt. Andererseits konnte mit dieser Studie auch gezeigt werden, dass die bisher von Experten beschriebenen Merkmalsausprägungen eines unteren Sechsjahrmolaren grundsätzlich richtig sind.

## 5 Relevanz der Studie

Es wurde ein neuartiges automatisches Berechnungsverfahren vorgestellt, das aus einer Vielzahl von dreidimensional vermessenen Zahn- bzw. Kauflächenmorphologien eines bestimmten Zahntyps einen in metrischer und morphologischem Sinne konsistenten repräsentativen Typus bzw. Durchschnittstypus berechnet. Am Beispiel des ersten Unterkiefermolaren wurde das Verfahren getestet. Grundsätzlich könnte die Auswahl des Zahntyps in weitere Einheiten wie Höckerzahl, Geschlecht, Alter, Größe, Zahngruppe etc. zerlegt werden. Diesen ohne A-Priori-Wissen errechneten repräsentativen Datensatz kann man für die Herstellung von Prothesenzähnen, für Lernprogramme, für Ausbildungsmodelle und für die CAD-Rekonstruktion verwenden. Speziell könnte dieses Verfahren den Ausgangspunkt für eine vollständige mathematische Beschreibung von Kauflächen darstellen.

## Literatur

1. Abe K, Suzuki A, Takahama Y: Prediction of coronal size of third molars by factor and multiple regression analyses. *Am J Orthod Dentofacial Orthop* 109,79-85 (1996).
2. Ash MM: Wheeler's dental anatomy, physiology and occlusion, 7th ed. Philadelphia: WB Saunders Co, 1993.
3. Bergen J, Hingorani R: Hierarchical motion-based frame rate conversion. Technical Report, David Samoff Research Center Princeton NJ 08540 (1990).
4. Blanz V, Vetter T: A Morphable Model for the Synthesis of 3D Faces. In: *Computer Graphics Proc. SIGGRAPH'99*, 187 - 194 (1999).
5. Blanz V, Vetter T: Face Recognition Based on Fitting a 3D Morphable Model. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 25(9), 1063 - 1074 (2003).
6. Dalidjan M, Sampson W, Townsend G: Prediction of dental arch development: an assessment of Pont's Index in three human populations. *Am J Orthod Dentofacial Orthop* 107, 465-475 (1995).
7. Ferrario VF, Sforza C, Schmitz JH, Miani AJr, Taroni G: Fourier analysis of human soft tissue facial shape: sex differences in normal adults. *J Anat* 187, 593-602 (1995).

8. Ferrario VF, Sforza C, Tartaglia GM, Colombo A, Serrao G: Size and shape of the human first permanent molar: a Fourier analysis of the occlusal and equatorial outlines. *Am J Phys Anthropol* 108, 281-294 (1999).
  9. Hattab FN, Al-Khateeb S, Sultan I: Mesiodistal crown diameters of permanent teeth in Jordanians. *Arch Oral Biol* 41, 641-645 (1996).
  10. Harris EF, Potter RH, Lin J: Secular trend in tooth size in urban Chinese assessed from two-generation family data. *Am J Phys Anthropol* 115, 312-8 (2001).
  11. Kieser JA: Human adult odontometrics. Cambridge University Press, Cambridge (1990).
  12. Kitagawa Y, Manabe Y, Oyamada J, Rokutanda A: Morphological and anthropological aspects of human triangular deciduous lower first molar teeth. *Arch Oral Biol* 141, 387-391 (1996).
  13. Lestrel PE: Some approaches toward the mathematical modeling of the craniofacial complex. *J Craniofac Genet Dev Biol* 9, 77-91 (1989).
  14. Lucas BD, Kanade T: An iterative image-registration technique with an application to stereo vision. *DARPA Proc. of Image Understanding Workshop*, 121-130 (1981).
  15. Lund H, Mornstad H.: Gender determination by odontometrics in a Swedish population. *J Forensic Odontostomatol* 17, 30-34 (1999).
  16. Mehl A, Gloger W, Kunzelmann KH, Hickel R: Entwicklung eines neuen optischen Oberflächenmeßgerätes zur präzisen dreidimensionalen Zahnvermessung. *Dtsch Zahnärztl Z* 51, 23-27 (1996).
  17. Mehl A, Gloger W, Kunzelmann KH, Hickel R: A new optical 3-D device for the detection of wear. *J Dent Res* 76, 1799-1807 (1997).
  18. Merz ML, Isaacson RJ, Germane N, Rubenstein LK: Tooth diameters and arch perimeters in a black and a white population. *Am J Orthod Dentofacial Orthop* 100, 53-58 (1991).
  19. Otuyemi OD, Noar JH: A comparison of crown size dimensions of the permanent teeth in a Nigerian and a British population. *Eur J Orthod* 18, 623-628 (1996).
  20. Peretz B, Shapira J, Farbstein H, Arieli E, Smith P: Modification of Tooth size and shape in Down's Syndrome. *J Anat* 188, 167-172 (1996).
  21. Scott GR, Turner CG: The anthropology of modern human teeth – Dental morphology and its variation in recent human populations. Cambridge University Press, Cambridge (2000).
  22. Wood BA, Li Y, Willoughby C: Intraspecific variation and sexual dimorphism in cranial and dental variables among higher primates and their bearing on the hominid fossil record. *J Anat* 174, 185-205 (1991).
  23. Yuen KK, So LL, Tang EL: Mesiodistal crown diameters of the primary and permanent teeth in southern Chinese – a longitudinal study. *Eur J Orthod* 19, 721-31 (1997).
  24. Zollikofer, Internet.
- **Korrespondenzadresse:**
- Prof. Dr. Dr. A. Mehl**  
Poliklinik für Zahnerhaltung und Parodontologie  
Goethestr. 70  
80336 München  
Tel: ++49-89-51603201  
Fax: ++49-89-51605344  
E-Mail: amehl@dent.med.uni-muenchen.de